

Санкт-Петербургское государственное бюджетное профессиональное образовательное
учреждение «Фельдшерский колледж»

**Оценочные материалы
для промежуточной аттестации
по учебному предмету
ОУП.03 Б МАТЕМАТИКА**

31.02.01 Лечебное дело
срок обучения 3 года 10 месяцев
очная форма обучения

2026г

РАССМОТРЕНО
на заседании ЦМК
№ 1 от 31.08. 2026г.
Председатель ЦМК

Т.Г. Копылова

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Фонд оценочных средства (далее ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебного предмета ОУП.03 Б Математика по специальности 31.02.01 Лечебное дело, разработанную на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утверждённого приказом Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 г. № 413 и Федеральной образовательной программы среднего общего образования, утвержденной приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 371 от 18 мая 2023 г.

1.1. Форма промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по ОУП.03 Б Математика проводится в форме:

- контрольная работа
- экзамен

1.2. Состав фонда оценочных средств

ФОС включает

- тестовые задания к контрольной работе (Приложение 1)
- тестовые задания к экзамену (Приложение 2)
- справочные материалы

1.3. Проверяемые результаты

Оценочные средства позволяют проверить следующие, запланированные в рабочей программе ОУП.03 Б Математика результаты:

Код результатов	Наименование результата	Оценочное средство
УУПД 1- УУПД 24	- Выявляет и верно характеризует существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, верно формулирует определения понятий, устанавливает существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа; - Выявляет и характеризует существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулирует определения понятий, устанавливает существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа; - Воспринимает, формулирует и преобразовывает суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные; - Выявляет математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагает критерии для выявления закономерностей и противоречий; - Делает выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии; - проводит самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивает аргументацию, приводит примеры и контрпримеры, обосновывает собственные суждения и выводы; - выбирает способ решения учебной задачи (сравнивает несколько вариантов решения, выбирает наиболее	- проверяется в процессе текущего контроля

	подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев); - использует вопросы как исследовательский инструмент познания, формулирует вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливает искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; - проводит самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами; - самостоятельно формулирует обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивает достоверность полученных результатов, выводов и обобщений; - прогнозирует возможное развитие процесса, а также выдвигает предположения о его развитии в новых условиях; - Выявляет дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи; - выбирает информацию из источников различных типов, анализирует, систематизирует и интерпретирует информацию различных видов и форм представления; - структурирует информацию, представляет её в различных формах, иллюстрирует графически; - оценивает надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.	
УРД 1- УРД 14	- составляет план, алгоритм решения задачи, выбирает способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументирует и корректирует варианты решений с учётом новой информации; - владеет навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеет способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи; - предвидит трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносит коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей; - оценивает соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или не достижения результатов деятельности, находит ошибку, даёт оценку приобретённому опыту;	- проверяется в процессе текущего контроля

ПР 1	1 Числа и вычисления	контрольная работа; Задания 1-4 Экзамен Задания 1-15
ПР 2	1.1 Оперирует понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты	
ПР 3	1.2 Выполняет арифметические операции с рациональными и действительными числами	
ПР 4	1.3 Выполняет приближённые вычисления, используя правила округления, Делает прикидку и оценку результата вычислений	
ПР 5	1.4 Оперирует понятиями: степень с целым показателем, стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени; использует подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных	
ПР 6	1.5 Оперирует понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла; использует запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции	
ПР 7	2 Уравнения и неравенства	
ПР 8	2.1 Оперирует понятиями: тождество, уравнение, неравенство, целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство, тригонометрическое уравнение	
ПР 9	2.2 Выполняет преобразования тригонометрических выражений и решает тригонометрические уравнения	
ПР 10	2.3 Выполняет преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решает основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств	
ПР 11	2.4 Применяет уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни	
ПР 12	2.5 Моделирует реальные ситуации на языке алгебры, составляет выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследует построенные модели с использованием аппарата алгебры	
ПР 13	3 Функции и графики	
ПР 14	3.1 Оперирует понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции	
	3.2 Оперирует понятиями: чётность и нечётность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства	
	3.3 Использует графики функций для решения уравнений	
	3.4 Строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем	
	3.5 Использует графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражает формулами зависимости между величинами	
	4 Начала математического анализа	
	4.1 Оперирует понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии	
	4.2 Оперирует понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии	
	4.3 Задаёт последовательности различными способами	
	4.4 Использует свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера	

	5 Множества и логика 5.1 Оперирует понятиями: множество, операции над множествами 5.2 Использует теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов 5.3 Оперирует понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство 6 Теория вероятностей и статистика 6.1 Читать и строить таблицы и диаграммы 6.2 Оперирует понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных 6.3 Оперирует понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта; находит вероятности в опытах с равновероятными случайными событиями, находит и сравнивает вероятности событий в изученных случайных экспериментах 6.4 Находит и формулирует события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию; пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач 6.5 Оперирует понятиями: условная вероятность, независимые события; находит вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта 6.6 Применяет комбинаторное правило умножения при решении задач 6.7 Оперирует понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача; находит вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находит вероятности событий в серии испытаний Бернулли 6.8 Оперирует понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения 7 Геометрия 7.1 Оперирует понятиями: точка, прямая, плоскость 7.2 Применяет аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач 7.3 Оперирует понятиями: параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей 7.4 Классифицирует взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве 7.5 Оперирует понятиями: двугранный угол, грани двугранного угла, ребро двугранного угла, линейный угол двугранного угла, градусная мера двугранного угла 7.6 Оперирует понятиями: многогранник, выпуклый и невыпуклый многогранник, элементы многогранника, правильный многогранник 7.7 Распознавать основные виды многогранников (пирамида, призма, прямоугольный параллелепипед, куб) 7.8 Классифицирует многогранники, выбирая основания для классификации (выпуклые и невыпуклые многогранники, правильные многогранники, прямые и наклонные призмы, параллелепипеды) 7.9 Оперирует понятиями: секущая плоскость, сечение многогранников	
--	---	--

	7.10 Объясняет принципы построения сечений многогранников, используя метод следов 7.11 Строить сечения многогранников методом следов, Выполняет (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу 7.12 Решает задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление расстояний между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми 7.13 Решает задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление углов между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, двугранных углов 7.14 Вычислять объёмы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул, вычислять соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных многогранников 7.15 Оперирует понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры 7.16 Извлекает, преобразовывает и интерпретирует информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках 7.17 Применяет геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме 7.18 Применяет простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач 7.19 Приводит примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве 7.20 Применяет полученные знания на практике: анализирует реальные ситуации и применяет изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделирует реальные ситуации на языке геометрии, исследует построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решает практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин II 1 Числа и вычисления 1.1 Оперирует понятиями: натуральное, целое число; использует признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач 1.2 Оперирует понятием: степень с рациональным показателем 1.3 Оперирует понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы 2 Уравнения и неравенства 2.1 Применяет свойства степени для преобразования выражений, оперирует понятиями: показательное	
--	---	--

	уравнение и неравенство; решает основные типы показательных уравнений и неравенств 2.2 Выполняет преобразования выражений, содержащих логарифмы; оперирует понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство; решает основные типы логарифмических уравнений и неравенств 2.3 Находит решения простейших тригонометрических неравенств 2.4 Оперировать понятиями: система линейных уравнений и её решение; использует систему линейных уравнений для решения практических задач 2.5 Находит решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств 2.6 Моделирует реальные ситуации на языке алгебры, составляет выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследует построенные модели с использованием аппарата алгебры 3 Функции и графики 3.1 Оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; использует их для исследования функции, заданной графиком 3.2 Оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций; изображать их на координатной плоскости и использует для решения уравнений и неравенств 3.3 Изображает на координатной плоскости графики линейных уравнений и использует их для решения системы линейных уравнений 3.4 Использует графики функций для исследования процессов и зависимостей из других учебных дисциплин 4 Начала математического анализа 4.1 Оперировать понятиями: непрерывная функция, производная функции; использует геометрический и физический смысл производной для решения задач 4.2 Находит производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций 4.3 Использует производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применяет результаты исследования к построению графиков 4.4 Использует производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах 4.5 Оперировать понятиями: первообразная и интеграл; понимать геометрический и физический смысл интеграла 4.6 Находит первообразные элементарных функций, вычислять интеграл по формуле Ньютона - Лейбница 4.7 Решает прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа 5 Теория вероятностей и статистика 5.1 Сравнивает вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм 5.2 Оперировать понятием математического ожидания, приводит примеры того, как применяется математическое	
--	---	--

	ожидание случайной величины, находит математическое ожидание по данному распределению 5.3 Иметь представление о законе больших чисел 5.4 Иметь представление о нормальном распределении 6 Геометрия 6.1 Оперирует понятиями: цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, цилиндр, коническая поверхность, образующие конической поверхности, конус, сферическая поверхность 6.2 Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) 6.3 Объясняет способы получения тел вращения 6.4 Классифицирует взаимное расположение сферы и плоскости 6.5 Оперирует понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента, шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя, шаровой сектор 6.6 Вычислять объёмы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул 6.7 Оперирует понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения 6.8 Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел 6.9 Изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертёжных инструментов 6.10 Выполняет (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения 6.11 Извлекать, интерпретирует и преобразовывает информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках 6.12 Применяет геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме 6.13 Оперирует понятием: вектор в пространстве 6.14 Выполняет действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, объясняет, какими свойствами они обладают 6.15 Применяет правило параллелепипеда при сложении векторов 6.16 Оперирует понятиями: декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные и компланарные векторы 6.17 Находит сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам 6.18 Задаёт плоскость уравнением в декартовой системе координат 6.19 Решает простейшие геометрические задачи на применение векторно-координатного метода 6.20 Решает задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные методы при	
--	--	--

	решении стандартных математических задач 6.21 Применяет простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач 6.22 Приводит примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве 6.23 Применяет полученные знания на практике: анализирует реальные ситуации и применяет изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделирует реальные ситуации на языке геометрии, исследует построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решает практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин	
--	---	--

2. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ

2.1. Место проведения

Промежуточная аттестация в форме экзамена проводится в учебном кабинете математики.

2.2. Продолжительность проведения

Контрольная работа – 1 час

Экзамен – 6 часов

2.3. Требования к условиям проведения

Каждая промежуточная аттестация проводится в 2 этапа.

I этап: учет результатов текущего контроля.

Обучающемуся выставляется средний балл на основании результатов текущего контроля, после чего он переходит ко II этапу. В случае наличия незакрытых неудовлетворительных оценок или пропусков (независимо от их причин), обучающийся имеет возможность устранить неудовлетворительные оценки и пропуски только по теоретическим занятиям в письменной форме (письменный ответ, тестовое задание, решение ситуационной задачи и т.п.) в течение времени, отведенного для промежуточной аттестации.

Студенту, выдается проштампованный лист, на котором он пишет дату, свою фамилию и инициалы. Обучающийся обязан продемонстрировать знание материала по предмету, дисциплине.

Если студент изложил весь материал на оценку не ниже «удовлетворительно», то преподаватель вносит эту оценку(оценки) в журнал учета успеваемости и подсчитывает средний балл, выставляет его в ведомость, допускает обучающегося до 2 и последующих этапов.

Если студент не успел/не смог верно изложить часть материала, то оценки выставляются только за оцененные не ниже «удовлетворительно» ответы. В этом случае он не допускается до 2 этапа промежуточной аттестации и считается имеющим академическую задолженность.

2.4. Для проведения промежуточной аттестации в форме контрольной работы необходимо:

Расходные материалы:

Бланки с заданиями по количеству студентов в группе (Приложение 1)

Справочные материалы по количеству студентов в группе (Приложение 3)

При проведении контрольной работы студентам раздаются бланки задания. Объясняются правила выполнения заданий. Объявляется количество времени, выделенного на выполнение заданий. После выполнения осуществляется проверка работы.

Инструкция по выполнению контрольной работы.

Перед выполнением контрольной работы за 1 полугодие по математике необходимо внимательно прочитать данную инструкцию и содержание заданий.

1. Работа состоит из 4 заданий.

2. Для выполнения заданий № 1-4 разрешается использование таблицы квадратов непрограммируемого калькулятора и черновика для расчётов. Кроме этого, разрешается использование справочных материалов.

3. На выполнение данной работы отводится 45 минут.

На каждый вопрос может потребоваться разное время, поэтому в первую очередь выполняйте задания, не требующие больших временных затрат. К невыполненным заданиям можно вернуться после завершения всех вопросов.

Критерии оценивания и порядок выставления итоговой отметки

Критерии оценивания:

1,0 балл ставится за полностью выполненное задание с областью допустимого значения (ОДЗ, там, где необходимо), с правильным решением и верным ответом.

0,5 балла ставится если нет решения, но есть верный ответ, если есть правильное решение, но ответ не верный, если есть правильное решение, есть верный ответ, но нет ОДЗ.

Отметка	Условия
5 (отлично)	7,0 баллов
4 (хорошо)	6,0-6,5 баллов
3 (удовлетворительно)	5,0-5,5 баллов
2 (неудовлетворительно)	Менее 5,0 баллов

Время выполнения контрольной работы – 45 минут

По итогам проверки контрольных работ в соответствии с критериями выставляется оценка.

2.5. Для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена необходимо:

1. Бланки с заданиями по количеству студентов в группе (Приложение 2);

2. Расходные материалы:

Бланк для ответов - по количеству обучающихся;

Листы для черновиков - по 2 двойных тетрадных листа на каждого обучающегося

3. Информационное обеспечение:

справочные материалы для каждого участника (Приложение 3).

Время на выполнения экзамена – 3 часа

По итогам сдачи экзамена в соответствии с критериями выставляется итоговая оценка.

Инструкция

Работа выполняется на бланке со штампом организации. На титульной части бланка обучающийся записывает название работы, номер варианта, дату, личные данные по образцу на доске. Условия заданий записываются.

Решения записываются аккуратно, полностью, с обоснованием. При выполнении решения можно пользоваться черновиком и справочными материалами, выданными в аудитории.

С момента входа в аудиторию и до окончания экзамена запрещается:

- иметь при себе средства связи, электронно-вычислительную технику, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации;
- выносить из аудитории черновики, экзаменационные материалы на бумажном или электронном носителях, фотографировать экзаменационные материалы;
- пользоваться справочными материалами, кроме тех, которые выданы участникам в аудитории.
- разговаривать, пересаживаться, обмениваться любыми материалами и предметами;

Участник может сдать работу и покинуть аудиторию до истечения времени, отведённого на письменную работу.

По истечении времени, отведённого на письменную работу, участники экзамена обязаны завершить выполнение работы, сдать работу и покинуть аудиторию.

В случае нарушения вышеперечисленных правил проведения экзамена участник может быть удалён с экзамена, а его работа не зачтена.

Критерии оценивания и порядок выставления итоговой отметки

Критерии оценивания:

В работе представлено 15 заданий. Каждое задание оценивается максимум в 2 балла. Максимальное количество баллов за задание ставится если обоснованно получен верный ответ. Один балл за задание может быть поставлен, если принцип решения верен, но допущена одна вычислительная ошибка, либо имеется незначительный недостаток в обосновании решения. Во всех остальных случаях – 0 баллов. Баллы за выполнение работы суммируются.

Отметка	Условия
5 (отлично)	26-30 баллов
4 (хорошо)	21-25 баллов
3 (удовлетворительно)	15-20 баллов
2 (неудовлетворительно)	14 баллов и менее

2.3. Ознакомление с результатами промежуточной аттестации

Результаты контрольной работы доводятся до обучающихся на третий день после ее проведения.

Результаты экзамена доводятся до сведения обучающихся на третий день после проведения экзамена.

Задания для промежуточной аттестации в форме контрольной работы

Инструкция

1. Работа состоит из 4 заданий.
 2. Для выполнения заданий № 1-4 разрешается использование таблицы квадратов непрограммируемого калькулятора и черновика для расчётов. Кроме этого, разрешается использование справочных материалов.
 3. На выполнение данной работы отводится 45 минут.
- На каждый вопрос может потребоваться разное время, поэтому в первую очередь выполняйте задания, не требующие больших временных затрат. К невыполненным заданиям можно вернуться после завершения всех вопросов.

Критерии оценивания:

- 1,0 балл ставится за полностью выполненное задание с (ОДЗ, там, где необходимо), с правильным решением и верным ответом.
- 0,5 балла ставится если нет решения, но есть верный ответ, если есть правильное решение, но ответ не верный, если есть правильное решение, есть верный ответ, но нет ОДЗ.
- | | |
|-------------------------|------------------|
| 5 (отлично) | 7,0 баллов |
| 4 (хорошо) | 6,0-6,5 баллов |
| 3 (удовлетворительно) | 5,0-5,5 баллов |
| 2 (неудовлетворительно) | менее 5,0 баллов |

1 вариант

1. Найти скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$, если даны точки А (2; 3; -1), В (-5; 0; 2), С (-2; -1; 0), D (3; -1; 0).
2. Схематично построить график функции $y = 3^x$.
3. Решить уравнения
 - a. $4^x - 2^{x+1} = 48$
 - b. $\log_2(2x - 18) + \log_2(x - 9) = 3$
4. Решить неравенства
 - a. $0,2^{x^2-6x+8} \geq 1$
 - b. $\log_{0,5}(1 + 2x) > -1$
 - c. $\frac{1}{5}^{\log_2(1-x)} \leq 25$

Инструкция

1. Работа состоит из 4 заданий.
2. Для выполнения заданий № 1-4 разрешается использование таблицы квадратов непрограммируемого калькулятора и черновика для расчётов. Кроме этого, разрешается использование справочных материалов.
3. На выполнение данной работы отводится 45 минут.

На каждый вопрос может потребоваться разное время, поэтому в первую очередь выполняйте задания, не требующие больших временных затрат. К невыполненным заданиям можно вернуться после завершения всех вопросов.

Критерии оценивания:

1,0 балл ставится за полностью выполненное задание с (ОДЗ, там, где необходимо), с правильным решением и верным ответом.

0,5 балла ставится если нет решения, но есть верный ответ, если есть правильное решение, но ответ не верный, если есть правильное решение, есть верный ответ, но нет ОДЗ.

5 (отлично)	7,0 баллов
4 (хорошо)	6,0-6,5 баллов
3 (удовлетворительно)	5,0-5,5 баллов
2 (неудовлетворительно)	менее 5,0 баллов

2 вариант

1. Найти угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$, если данные векторы имеют следующие координаты: $\overrightarrow{AB}\{-3;2;0\}$ и $\overrightarrow{CD}\{5-2;1\}$.
2. Схематично построить график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.
3. Решить уравнения
 - a. $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$
 - b. $\log_2(5x - 7) = 3$
4. Решить неравенства
 - a. $2^{-x^2+3x} \geq 4$
 - b. $\log_8(x^2 - 4x + 3) \leq 1$
 - c. $\sqrt{\lg x} < 0,5$

Эталоны ответов (контрольная работа)

1 вариант

1. Найти скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$, если даны точки А (2; 3; -1), В (-5; 0; 2), С (-2; -1; 0), D (3; -1; 0).

Решение: Найдем координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$

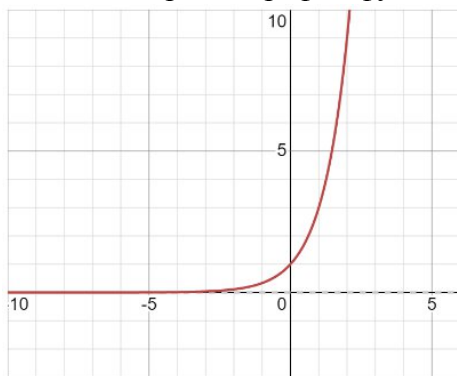
$$\overrightarrow{AB}(-5-2; 0-3; 2-(-1)) = \overrightarrow{AB}(-7; -3; 3)$$

$$\overrightarrow{CD}(3-(-2); -1-(-1); 0-0) = \overrightarrow{CD}(5; 0; 0), \text{ тогда}$$

$$\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{CD} = -7 * 5 + (-3 * 0) + 3 * 0 = -35,$$

Ответ: -35

2. Построить график функции $y = 3^x$.



x	y
-1	1/3
0	1
1	3
2	9

3. Решить уравнения

а. $4^x - 2^{x+1} = 48$

ОДЗ: $x \in D$

Решение:

$$(2^2)^x - 2^x * 2 = 48; \text{ делаем замену переменной } 2^x = t; (t > 0)$$

$$t^2 - 2t = 48;$$

$$t^2 - 2t - 48 = 0; \text{ по Т. Виетта } t_1 = -6 \text{ (не подходит); } t_2 = 8;$$

$$\text{Обратная замена: } 2^x = 8; 2^x = 2^3; x = 3$$

Ответ: $x = 3$

б. $\log_2(2x - 18) + \log_2(x - 9) = 3$

$$\text{ОДЗ: } 2x - 18 > 0; 2x > 18; x > 9$$

$$x - 9 > 0; x > 9$$

Решение:

$$\log_2(2x - 18) + \log_2(x - 9) = \log_2 8$$

$$\log_2 2(x - 9)(x - 9) = \log_2 8$$

$$2(x - 9)^2 = 8$$

$$(x - 9)^2 = 4$$

$$x^2 - 18x + 81 - 4 = 0$$

$$x^2 - 18x + 77 = 0; \text{ по Т. Виетта: } x_1 = 7 \text{ (не подходит); } x_2 = 11;$$

Ответ: $x = 11$

4. Решить неравенства

а. $0,2^{x^2-6x+8} \geq 1$

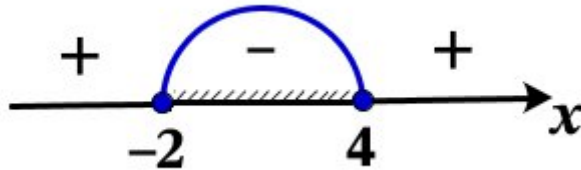
ОДЗ: $x \in D$

Решение:

$$0,2^{x^2-6x+8} \geq 0,2^0$$

$$x^2 - 6x + 8 \leq 0; \text{ по Т. Виетта: } x_1 = 2; x_2 = 4;$$

$$(x-2)(x-4) \leq 0$$



Ответ: $x \in [2; 4]$

б. $\log_{0,5}(1+2x) > -1$

ОДЗ: $(1+2x) > 0;$

$$2x > -1;$$

$$x > -0,5$$

Решение:

$$\log_{0,5}(1+2x) > \log_{0,5} 2$$

$$1+2x < 2$$

$$2x < 1$$

$$x < 0,5$$

Ответ: $x \in (-0,5; 0,5)$

с. $\frac{1}{5}^{\log_2(1-x)} \leq 25$

ОДЗ: $1-x > 0$

$$-x > -1$$

$$x < 1$$

Решение:

$$\frac{1}{5}^{\log_2(1-x)} \leq \frac{1}{5}^{-2}$$

$$\log_2(1-x) \geq -2$$

$$\log_2(1-x) \geq \log_2 \frac{1}{4}$$

$$1-x \geq \frac{1}{4}$$

$$-x \geq -\frac{3}{4}$$

$$x \leq \frac{3}{4}$$

Ответ: $x \in (-\infty; \frac{3}{4}]$

2 вариант

1. Найти угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$, если данные векторы имеют следующие координаты: $\overrightarrow{AB} \{-3; 2; 0\}$ и $\overrightarrow{CD} \{5; -2; 1\}$.

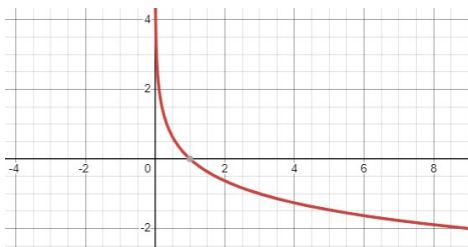
$$\cos \alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Решение:

$$\cos \alpha = \frac{-3 \cdot 5 + 2 \cdot (-2) + 0 \cdot 1}{\sqrt{(-3)^2 + 2^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{-15 - 4}{\sqrt{9 + 4} \cdot \sqrt{25 + 4 + 1}} = \frac{-19}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{30}} = \frac{-19}{\sqrt{390}} \approx -0,57$$

Ответ: $\cos \alpha \approx -0,57$; (примерно 125°)

2. Построить график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.



x	y
1	0
1/9	2
3	-1
9	-2

3. Решить уравнения

a. $6^x + 6^{x+1} = 2^x +$

$2^{x+1} + 2^{x+2}$

ОДЗ: $x \in D$

Решение:

$$6^x (1 + 6) = 2^x (1 + 2 + 4)$$

$$6^x \cdot 7 = 2^x \cdot 7$$

$$6^x = 2^x$$

$$\frac{6^x}{2^x} = 1$$

$$\left(\frac{6}{2}\right)^x = 1$$

$$(3)^x = (3)^0$$

$$x = 0$$

Ответ: $x = 0$

b. $\log_2(5x - 7) = 3$

ОДЗ: $(5x - 7) > 0; 5x > 7; x > \frac{7}{5}$

Решение:

$$\log_2(5x - 7) = \log_2 8$$

$$5x - 7 = 8$$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

Ответ: $x = 3$

5. Решить неравенства

а. $2^{-x^2+3x} \geq 4$

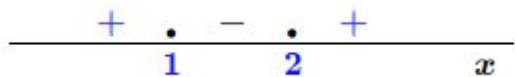
ОДЗ: $x \in D$

Решение: $2^{-x^2+3x} \geq 2^2$

$-x^2 + 3x \geq 2$

$-x^2 + 3x - 2 \geq 0$

$x^2 - 3x + 2 \leq 0$ по Т. Виетта: $x_1 = 1; x_2 = 2;$

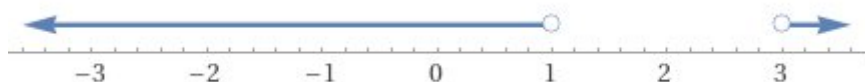


$(x-1)(x-2) \leq 0$

Ответ: $x \in [1; 2]$

б. $\log_8(x^2 - 4x + 3) \leq 1$

ОДЗ: $x^2 - 4x + 3 > 0$; по Т. Виетта: $x_1 = 1; x_2 = 3;$



$x \in (-\infty; 1) \cup (3; \infty)$

Решение:

$\log_8(x^2 - 4x + 3) \leq \log_8 8$

$x^2 - 4x + 3 \leq 8$

$x^2 - 4x - 5 \leq 0$; по Т. Виетта: $x_1 = -1; x_2 = 5;$



$x \in [-1; 5]$ с учетом ОДЗ получаем

Ответ: $x \in [-1; 1] \cup [3; 5]$

с. $\sqrt{\lg x} < 0,5$

ОДЗ: $x > 0; \lg x > 0 \rightarrow x > 1$

Решение: $(\sqrt{\lg x})^2 < (0,5)^2$

$\lg x < 0,25$

$\lg x < \lg 10^{0,25}$

$x < 10^{0,25}$ с учетом ОДЗ получаем

Ответ: $x \in (1; \sqrt[4]{10})$

Задания для промежуточной аттестации в форме экзамена

Вариант 1

Инструкция

Работа выполняется на бланке со штампом организации.

На титульной части бланка обучающийся записывает название работы, номер варианта, дату, личные данные по образцу на доске. Условия заданий записываются.

Решения записываются аккуратно, полностью, с обоснованием.

При выполнении решения можно пользоваться черновиком и справочными материалами, выданными в аудитории.

С момента входа в аудиторию и до окончания экзамена запрещается:

- иметь при себе средства связи, электронно-вычислительную технику, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации;
- выносить из аудитории черновики, экзаменационные материалы на бумажном или электронном носителях, фотографировать экзаменационные материалы;
- пользоваться справочными материалами, кроме тех, которые выданы участникам в аудитории.
- разговаривать, пересаживаться, обмениваться любыми материалами и предметами;

Участник может сдать работу и покинуть аудиторию до истечения времени, отведённого на письменную работу.

По истечении времени, отведённого на письменную работу, участники экзамена обязаны завершить выполнение работы, сдать работу и покинуть аудиторию.

В случае нарушения вышеперечисленных правил проведения экзамена участник может быть удалён с экзамена, а его работа не зачтена.

Время на выполнения экзамена – 3 часа

Критерии оценивания:

В работе представлено 15 заданий. Каждое задание оценивается максимум в 2 балла. Максимальное количество баллов за задание ставится если обоснованно получен верный ответ. Один балл за задание может быть поставлен, если принцип решения верен, но допущена одна вычислительная ошибка, либо имеется незначительный недостаток в обосновании решения. Во всех остальных случаях – 0 баллов. Баллы за выполнение работы суммируются.

5 (отлично) 26-30 баллов

4 (хорошо) 21-25 баллов

3 (удовлетворительно) 15-20 баллов

2 (неудовлетворительно) 14 баллов и менее

1. Найдите значение выражения $35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}$
2. Найдите значение выражения $\log_6 270 - \log_6 7,5 + \log_4 \log_5 25$
3. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{91}}{10}$ и $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$
4. Вычислите: $\cos^2 15^\circ - \sin^2 75^\circ$
5. Найдите корень уравнения $\log_4 (x + 2) + \log_4 3 = \log_4 15$.

6. Найдите корень уравнения $2^{4-2x} = 64$.

7. Решите уравнение: $2 \sin x = \sqrt{3}$

8. Найдите координаты векторов: $\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{m} = 2\vec{b} - \vec{c}$, если: $\vec{a}\{1; -1; 0\}$, $\vec{b}\{1; -1; 3\}$, $\vec{c}\{0; -2; 4\}$

9. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции: $f(x) = \frac{1}{x}$, в точке: $x_0 = 1$

10. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 4x$

11. Вычислите интеграл: $\int_{-2}^{-1} (5 - 4x) dx$

12. Найдите критические точки функции: $f(x) = x^4 - 2x^2$

13. Найдите общий вид первообразных для функции:

14. Вычислите: $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} + \arcsin 0$

15. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

Вариант 2

Инструкция

Работа выполняется на бланке со штампом организации.

На титульной части бланка обучающийся записывает название работы, номер варианта, дату, личные данные по образцу на доске. Условия заданий записываются.

Решения записываются аккуратно, полностью, с обоснованием.

При выполнении решения можно пользоваться черновиком и справочными материалами, выданными в аудитории.

С момента входа в аудиторию и до окончания экзамена запрещается:

- иметь при себе средства связи, электронно-вычислительную технику, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации;
- выносить из аудитории черновики, экзаменационные материалы на бумажном или электронном носителях, фотографировать экзаменационные материалы;
- пользоваться справочными материалами, кроме тех, которые выданы участникам в аудитории.
- разговаривать, пересаживаться, обмениваться любыми материалами и предметами;

Участник может сдать работу и покинуть аудиторию до истечения времени, отведённого на письменную работу.

По истечении времени, отведённого на письменную работу, участники экзамена обязаны завершить выполнение работы, сдать работу и покинуть аудиторию.

В случае нарушения вышеперечисленных правил проведения экзамена участник может быть удалён с экзамена, а его работа не зачтена.

Время на выполнения экзамена – 3 часа

Критерии оценивания:

В работе представлено 15 заданий. Каждое задание оценивается максимум в 2 балла. Максимальное количество баллов за задание ставится если обоснованно получен верный ответ. Один балл за задание может быть поставлен, если принцип решения верен, но допущена одна вычислительная ошибка, либо имеется незначительный недостаток в обосновании решения. Во всех остальных случаях – 0 баллов. Баллы за выполнение работы суммируются.

5 (отлично) 26-30 баллов

4 (хорошо) 21-25 баллов

3 (удовлетворительно) 15-20 баллов

2 (неудовлетворительно) 14 баллов и менее

1. Найдите значение выражения $\frac{4^{3,5} \cdot 5^{2,5}}{20^{1,5}}$.

2. Найдите значение выражения $\frac{\log_8 20}{\log_8 5} + \log_5 0,05$

3. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{51}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

4. Вычислите: $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$

5. Найдите корень уравнения $\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$.

6. Найдите корень уравнения $5^{x-7} = \frac{1}{125}$.
7. Решите уравнение: $2\cos x = 1$
8. Найдите координаты векторов: $\vec{m} = 3\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{n} = \vec{b} - \vec{a}$ если: $\vec{a}\{0; 2; -2\}$, $\vec{b}\{-3; 2; 0\}$
9. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции: $f(x) = x^3 + 1$, в точке: $x_0 = 1$
10. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = x^4 + 3x^2$
11. Вычислите интеграл: $\int_0^1 (1 - 3x^2) dx$
12. Найдите критические точки функции: $f(x) = 2x^3 - x^2$
13. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = \sin 2x + e^{2x}$
14. Вычислите: $\arcsin(-1) + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg}(-1)$
15. В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

Вариант 3

Инструкция

Работа выполняется на бланке со штампом организации.

На титульной части бланка обучающийся записывает название работы, номер варианта, дату, личные данные по образцу на доске. Условия заданий записываются.

Решения записываются аккуратно, полностью, с обоснованием.

При выполнении решения можно пользоваться черновиком и справочными материалами, выданными в аудитории.

С момента входа в аудиторию и до окончания экзамена запрещается:

- иметь при себе средства связи, электронно-вычислительную технику, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации;
- выносить из аудитории черновики, экзаменационные материалы на бумажном или электронном носителях, фотографировать экзаменационные материалы;
- пользоваться справочными материалами, кроме тех, которые выданы участникам в аудитории.
- разговаривать, пересаживаться, обмениваться любыми материалами и предметами;

Участник может сдать работу и покинуть аудиторию до истечения времени, отведённого на письменную работу.

По истечении времени, отведённого на письменную работу, участники экзамена обязаны завершить выполнение работы, сдать работу и покинуть аудиторию.

В случае нарушения вышеперечисленных правил проведения экзамена участник может быть удалён с экзамена, а его работа не зачтена.

Время на выполнения экзамена – 3 часа

Критерии оценивания:

В работе представлено 15 заданий. Каждое задание оценивается максимум в 2 балла. Максимальное количество баллов за задание ставится если обоснованно получен верный ответ. Один балл за задание может быть поставлен, если принцип решения верен, но допущена одна вычислительная ошибка, либо имеется незначительный недостаток в обосновании решения. Во всех остальных случаях – 0 баллов. Баллы за выполнение работы суммируются.

5 (отлично) 26-30 баллов

4 (хорошо) 21-25 баллов

3 (удовлетворительно) 15-20 баллов

2 (неудовлетворительно) 14 баллов и менее

1. Найдите значение выражения $0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$

2. Найдите значение выражения $\frac{\log_6 180}{2 + \log_6 5}$

3. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

4. Вычислите: $2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$

5. Решите уравнение: $\log_7(7 - 3x) = -2$

6. Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$.

7. Решите уравнение: $2 \sin x = \sqrt{2}$

8. Найдите координаты векторов: $\vec{m} = 0,5\vec{b}; \vec{n} = -\vec{c}; \vec{p} = \vec{a} + \vec{b};$ если:
 $\vec{a}\{3; 6; 8\}, \vec{b}\{2; 4; 6\}, \vec{c}\{1; -1; 3\}$

9. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции: $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$ в точке: $x_0 = -1$

10. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = 3x^2 + x$

11. Вычислите интеграл: $\int_0^3 (x^2 + 4x - 1) dx$

12. Найдите критические точки функции: $f(x) = x^2 - 4x$

13. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = 1 - \cos 3x$

14. Вычислите: $12 \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \arcsin 1$

15. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «А = сумма очков равна 5»?

Вариант 4

Инструкция

Работа выполняется на бланке со штампом организации.

На титульной части бланка обучающийся записывает название работы, номер варианта, дату, личные данные по образцу на доске. Условия заданий записываются.

Решения записываются аккуратно, полностью, с обоснованием.

При выполнении решения можно пользоваться черновиком и справочными материалами, выданными в аудитории.

С момента входа в аудиторию и до окончания экзамена запрещается:

- иметь при себе средства связи, электронно-вычислительную технику, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации;
- выносить из аудитории черновики, экзаменационные материалы на бумажном или электронном носителях, фотографировать экзаменационные материалы;
- пользоваться справочными материалами, кроме тех, которые выданы участникам в аудитории.
- разговаривать, пересаживаться, обмениваться любыми материалами и предметами;

Участник может сдать работу и покинуть аудиторию до истечения времени, отведённого на письменную работу.

По истечении времени, отведённого на письменную работу, участники экзамена обязаны завершить выполнение работы, сдать работу и покинуть аудиторию.

В случае нарушения вышеперечисленных правил проведения экзамена участник может быть удалён с экзамена, а его работа не зачтена.

Время на выполнения экзамена – 3 часа

Критерии оценивания:

В работе представлено 15 заданий. Каждое задание оценивается максимум в 2 балла. Максимальное количество баллов за задание ставится если обоснованно получен верный ответ. Один балл за задание может быть поставлен, если принцип решения верен, но допущена одна вычислительная ошибка, либо имеется незначительный недостаток в обосновании решения. Во всех остальных случаях – 0 баллов. Баллы за выполнение работы суммируются.

5 (отлично) 26-30 баллов

4 (хорошо) 21-25 баллов

3 (удовлетворительно) 15-20 баллов

2 (неудовлетворительно) 14 баллов и менее

$$\frac{(9^{-3})^2}{9^{-8}}.$$

1. Найдите значение выражения

2. Найдите значение выражения $\log_{10} 250 - \log_{10} 2,5 + \log_{16} \log_6 36$

3. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

4. Вычислите: $2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$

5. Найдите корень уравнения $\log_5(5 - x) = 2\log_5 3$.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4.$$

6. Найдите корень уравнения:

7. Решите уравнение: $2 \sin x = \sqrt{3}$

8. Найдите координаты векторов: $\vec{m} = -\vec{a}$; $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b}$; $\vec{k} = \vec{b} - \vec{a}$, если: $\vec{a}\{3; -5; 2\}$, $\vec{b}\{0; 7; -1\}$

9. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции: $f(x) = 6x - \frac{2}{x}$, в точке: $x_0 = -1$

10. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = 3\sin x + x^2$

11. Вычислите интеграл: $\int_{-1}^2 (1 - 3x^2) dx$

12. Найдите критические точки функции: $f(x) = -x^2 + 1$

13. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = \sin x - 3x^2$

14. Вычислите: $2\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg} (-1) + \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$

15. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

Вариант 5

Инструкция

Работа выполняется на бланке со штампом организации.

На титульной части бланка обучающийся записывает название работы, номер варианта, дату, личные данные по образцу на доске. Условия заданий записываются.

Решения записываются аккуратно, полностью, с обоснованием.

При выполнении решения можно пользоваться черновиком и справочными материалами, выданными в аудитории.

С момента входа в аудиторию и до окончания экзамена запрещается:

- иметь при себе средства связи, электронно-вычислительную технику, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации;
- выносить из аудитории черновики, экзаменационные материалы на бумажном или электронном носителях, фотографировать экзаменационные материалы;
- пользоваться справочными материалами, кроме тех, которые выданы участникам в аудитории.
- разговаривать, пересаживаться, обмениваться любыми материалами и предметами;

Участник может сдать работу и покинуть аудиторию до истечения времени, отведённого на письменную работу.

По истечении времени, отведённого на письменную работу, участники экзамена обязаны завершить выполнение работы, сдать работу и покинуть аудиторию.

В случае нарушения вышеперечисленных правил проведения экзамена участник может быть удалён с экзамена, а его работа не зачтена.

Время на выполнения экзамена – 3 часа

Критерии оценивания:

В работе представлено 15 заданий. Каждое задание оценивается максимум в 2 балла. Максимальное количество баллов за задание ставится если обоснованно получен верный ответ. Один балл за задание может быть поставлен, если принцип решения верен, но допущена одна вычислительная ошибка, либо имеется незначительный недостаток в обосновании решения. Во всех остальных случаях – 0 баллов. Баллы за выполнение работы суммируются.

5 (отлично) 26-30 баллов

4 (хорошо) 21-25 баллов

3 (удовлетворительно) 15-20 баллов

2 (неудовлетворительно) 14 баллов и менее

$$2^6 \cdot \frac{2^{-2}}{2^2}.$$

1. Найдите значение выражения

2. Найдите значение выражения $\log_5 60 - \log_5 12$.

3. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{24}{25}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

4. Вычислите: $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$

5. Найдите корень уравнения $\log_4 (x + 3) = \log_4 (4x - 15)$.

$$16^{x-9} = \frac{1}{2}.$$

6. Найдите корень уравнения

7. Решите уравнение: $2 \sin x = \sqrt{3}$

8. Найдите координаты векторов: $\vec{m} = -\vec{c}$; $\vec{n} = 2\vec{a} + \vec{c}$; $\vec{k} = \frac{1}{2}\vec{a}$, если: $\vec{a}\{-1; 1; 1\}$, $\vec{c}\{-3; 2; 0\}$.

9. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции: $f(x) = 4x^2 - x^4$, в точке: $x_0 = 1$

10. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{3}x^2$

11. Вычислите интеграл: $\int_0^3 (3x^2 - 1)dx$

12. Найдите критические точки функции: $f(x) = x^3 - x$

13. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = x^2 - \sin 2x$

14. Вычислите: $6 \arcsin \frac{1}{2} + 4 \arccos \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \operatorname{arctg}(\sqrt{3})$

15. На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

Вариант 6

Инструкция

Работа выполняется на бланке со штампом организации.

На титульной части бланка обучающийся записывает название работы, номер варианта, дату, личные данные по образцу на доске. Условия заданий записываются.

Решения записываются аккуратно, полностью, с обоснованием.

При выполнении решения можно пользоваться черновиком и справочными материалами, выданными в аудитории.

С момента входа в аудиторию и до окончания экзамена запрещается:

- иметь при себе средства связи, электронно-вычислительную технику, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации;
- выносить из аудитории черновики, экзаменационные материалы на бумажном или электронном носителях, фотографировать экзаменационные материалы;
- пользоваться справочными материалами, кроме тех, которые выданы участникам в аудитории.
- разговаривать, пересаживаться, обмениваться любыми материалами и предметами;

Участник может сдать работу и покинуть аудиторию до истечения времени, отведённого на письменную работу.

По истечении времени, отведённого на письменную работу, участники экзамена обязаны завершить выполнение работы, сдать работу и покинуть аудиторию.

В случае нарушения вышеперечисленных правил проведения экзамена участник может быть удалён с экзамена, а его работа не зачтена.

Время на выполнения экзамена – 3 часа

Критерии оценивания:

В работе представлено 15 заданий. Каждое задание оценивается максимум в 2 балла. Максимальное количество баллов за задание ставится если обоснованно получен верный ответ. Один балл за задание может быть поставлен, если принцип решения верен, но допущена одна вычислительная ошибка, либо имеется незначительный недостаток в обосновании решения. Во всех остальных случаях – 0 баллов. Баллы за выполнение работы суммируются.

5 (отлично) 26-30 баллов

4 (хорошо) 21-25 баллов

3 (удовлетворительно) 15-20 баллов

2 (неудовлетворительно) 14 баллов и менее

1. Найдите значение выражения $22^{-4,8} \times 1^{6,8} : 2^{-5,8}$.

2. Найдите значение выражения $\frac{\log_2 20}{\log_2 12} + \log_{12} 0,05$

3. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{24}{25}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

4. Вычислите: $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$

5. Найдите корень уравнения: $\log_5(5 - x) = \log_5 3$.

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x-13} = 3.$$

6. Найдите корень уравнения

7. Решите уравнение $2\cos x = 1$

8. Найдите координаты векторов: $\vec{m} = -3\vec{b}$; $\vec{n} = -6\vec{c}$; $\vec{k} = \vec{a} + \vec{b}$, если: $\vec{a}\{-1; 2; 0\}$, $\vec{b}\{0; -5; -2\}$, $\vec{c}\{2; 1; -3\}$

9. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции: $f(x) = \frac{1}{4}x^4$, в точке: $x_0 = -1$

10. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = \cos x - 2x$

11. Вычислите интеграл: $\int_{-1}^0 (3x^2 + 1)dx$

12. Найдите критические точки функции: $f(x) = x^3 - 3x - 2$

13. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = 2x - \cos 2x$

14. Вычислите: $\arctg(-\sqrt{3}) - \frac{3}{2}\arccos\frac{1}{2} + \arcsin 1$

15. В группе туристов 30 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa.

Вариант 7

Инструкция

Работа выполняется на бланке со штампом организации.

На титульной части бланка обучающийся записывает название работы, номер варианта, дату, личные данные по образцу на доске. Условия заданий записываются.

Решения записываются аккуратно, полностью, с обоснованием.

При выполнении решения можно пользоваться черновиком и справочными материалами, выданными в аудитории.

С момента входа в аудиторию и до окончания экзамена запрещается:

- иметь при себе средства связи, электронно-вычислительную технику, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации;
- выносить из аудитории черновики, экзаменационные материалы на бумажном или электронном носителях, фотографировать экзаменационные материалы;
- пользоваться справочными материалами, кроме тех, которые выданы участникам в аудитории.
- разговаривать, пересаживаться, обмениваться любыми материалами и предметами;

Участник может сдать работу и покинуть аудиторию до истечения времени, отведённого на письменную работу.

По истечении времени, отведённого на письменную работу, участники экзамена обязаны завершить выполнение работы, сдать работу и покинуть аудиторию.

В случае нарушения вышеперечисленных правил проведения экзамена участник может быть удалён с экзамена, а его работа не зачтена.

Время на выполнения экзамена – 3 часа

Критерии оценивания:

В работе представлено 15 заданий. Каждое задание оценивается максимум в 2 балла. Максимальное количество баллов за задание ставится если обоснованно получен верный ответ. Один балл за задание может быть поставлен, если принцип решения верен, но допущена одна вычислительная ошибка, либо имеется незначительный недостаток в обосновании решения. Во всех остальных случаях – 0 баллов. Баллы за выполнение работы суммируются.

5 (отлично) 26-30 баллов

4 (хорошо) 21-25 баллов

3 (удовлетворительно) 15-20 баллов

2 (неудовлетворительно) 14 баллов и менее

1. Найдите значение выражения $\frac{2^6}{2^4 \cdot 2^{-1}}$

2. Найдите значение выражения $(1 - \log_8 48)(1 - \log_6 48)$

3. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

4. Вычислите: $2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$

5. Найдите корень уравнения $\log_5(4 + x) = 2$.

6. Найдите корень уравнения: $9^{-5+x} = 729$.

7. Решите уравнение: $\cos 2x = 0$

8. Найдите координаты векторов: $\vec{a} = -\vec{m}$; $\vec{b} = \vec{n} - \vec{m}$; $\vec{c} = 3\vec{m}$, если: $\vec{m}\{1; 2; -3\}$, $\vec{n}\{5; -4; -1\}$

9. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику $f(x) = \frac{1}{5}x^5$, в точке: $x_0 = -1$

10. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = x^2 - \sin x$

11. Вычислите интеграл: $\int_0^2 (2x + 1)dx$

12. Найдите критические точки функции: $f(x) = x^3 - x^2 + 2$

13. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = 8x^3 + \sin 2x$

14. Вычислите: $\arcsin(-1) + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg} 0$

15. В кармане у Миши было четыре конфеты — «Грильяж», «Белочка», «Коровка» и «Ласточка», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Миша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Грильяж».

Вариант 8

Инструкция

Работа выполняется на бланке со штампом организации.

На титульной части бланка обучающийся записывает название работы, номер варианта, дату, личные данные по образцу на доске. Условия заданий записываются.

Решения записываются аккуратно, полностью, с обоснованием.

При выполнении решения можно пользоваться черновиком и справочными материалами, выданными в аудитории.

С момента входа в аудиторию и до окончания экзамена запрещается:

- иметь при себе средства связи, электронно-вычислительную технику, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации;
- выносить из аудитории черновики, экзаменационные материалы на бумажном или электронном носителях, фотографировать экзаменационные материалы;
- пользоваться справочными материалами, кроме тех, которые выданы участникам в аудитории.
- разговаривать, пересаживаться, обмениваться любыми материалами и предметами;

Участник может сдать работу и покинуть аудиторию до истечения времени, отведённого на письменную работу.

По истечении времени, отведённого на письменную работу, участники экзамена обязаны завершить выполнение работы, сдать работу и покинуть аудиторию.

В случае нарушения вышеперечисленных правил проведения экзамена участник может быть удалён с экзамена, а его работа не зачтена.

Время на выполнения экзамена – 3 часа

Критерии оценивания:

В работе представлено 15 заданий. Каждое задание оценивается максимум в 2 балла. Максимальное количество баллов за задание ставится если обоснованно получен верный ответ. Один балл за задание может быть поставлен, если принцип решения верен, но допущена одна вычислительная ошибка, либо имеется незначительный недостаток в обосновании решения. Во всех остальных случаях – 0 баллов. Баллы за выполнение работы суммируются.

5 (отлично) 26-30 баллов

4 (хорошо) 21-25 баллов

3 (удовлетворительно) 15-20 баллов

2 (неудовлетворительно) 14 баллов и менее

1. Найдите значение выражения $\frac{(2^{\frac{3}{3}} \cdot 5^{\frac{2}{3}})^{15}}{10^9}$.

2. Найдите значение выражения $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$.

3. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{7}{25}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

4. Вычислите: $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$

5. Найдите корень уравнения $\log_2(4 - x) = 7$.

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-3+x} = 512.$$

6. Найдите корень уравнения:

7. Решите уравнение: $2 \sin x = \sqrt{3}$

8. Найдите координаты векторов: $\vec{m} = 3\vec{a}$; $\vec{n} = -\vec{b}$; $\vec{k} = 2\vec{b} - \vec{a}$, если: $\vec{a}\{2; 0; -2\}$, $\vec{b}\{1; -1; 2\}$

9. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции: $f(x) = 2x^2 - x$, в точке: $x_0 = -\frac{1}{2}$

10. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = 6x^2 - 4x$

11. Вычислите интеграл: $\int_0^2 (3x^2 - 2x + 4) dx$

12. Найдите критические точки функции: $f(x) = x^5 - 9x^3$

13. Найдите общий вид первообразных для функции: $f(x) = 2x + \cos 2x$

14. Вычислите: $2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg}(-1) + \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

15. В коробке вперемешку лежат чайные пакетики с черным и зеленым чаем одинаковые на вид причем пакетиков с черным чаем в 9 раз больше, чем пакетиков с зеленым найти вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с зеленым чаем.

Вариант 1

1.	1,4
2.	2,5
3.	0,3
4.	0
5.	3
6.	-1
7.	$(-1)^{\frac{k\pi}{3}} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
8.	$\vec{p}\{1; -3; -3\}, \vec{m}\{2; -4; 2\}$
9.	-1
10.	$\frac{x^3}{9} + 2x^2 + C$
11.	11
12.	$0, \pm 1$
13.	$2 \ln x + \frac{e^{2x}}{2} + C$
14.	$\frac{\pi}{3}$
15.	0,36

Вариант 2

1.	80
2.	0
3.	0,7
4.	1
5.	6
6.	4
7.	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

8.	$\vec{m}\{-3;4;-6\}, \vec{n}\{-3;0;2\}$
9.	3
10.	$\frac{x^5}{5} + x^3 + C$
11.	0
12.	0 и $\frac{1}{3}$
13.	$-\frac{\cos 2x}{2} + \frac{e^{2x}}{2} + C$
14.	$-\frac{5\pi}{12}$
15.	0,4

Вариант 3

1.	20
2.	1
3.	$-\frac{1}{5}$
4.	$\frac{1}{2}$
5.	-14
6.	10
7.	$(-1)^k * \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
8.	$\vec{m}\{1;2;3\}, \vec{n}\{-1;1;-3\}, \vec{p}\{5;10;14\}$
9.	-18
10.	$x^3 + \frac{x^2}{2} + C$
11.	24
12.	2
13.	$X - \frac{\sin x}{3} + C$
14.	$\frac{\pi}{2}$

15.	4
-----	---

Вариант 4

1.	81
2.	2,25
3.	0,1
4.	0,5
5.	-4
6.	4
7.	$(-1)^k * \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
8.	$\vec{m}\{-3;5;-2\}, \vec{n}\{3;2;1\}, \vec{k}\{-3;12;-3\}$
9.	8
10.	$-3 \cos x + \frac{x^3}{3} + C$
11.	-6
12.	0
13.	$-\cos x - x^3 + C$
14.	$\frac{2\pi}{3}$
15.	0,33

Вариант 5

1.	4
2.	1
3.	$\frac{7}{25}$
4.	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

5.	6
6.	8,75
7.	$(-1)^k * \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
8.	$\vec{m}\{3; -2; 0\}, \vec{n}\{-5; 4; 2\}, \vec{k}\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\}$
9.	$0, \pm\sqrt{2}$
10.	$\frac{x^4}{16} - \frac{x^3}{9} + C$
11.	24
12.	$\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$
13.	$\frac{x^3}{3} + \frac{\cos 2x}{2} + C$
14.	$\frac{13\pi}{6}$
15.	0,1

Вариант 6

1.	242
2.	0
3.	$\frac{7}{25}$
4.	1
5.	2
6.	12,5
7.	$\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
8.	$\vec{m}\{0; 15; 6\}, \vec{n}\{-12; -6; 18\}, \vec{k}\{-1; -3; -2\}$
9.	-1
10.	$\sin x + x^2 + C$
11.	2

12.	± 1
13.	$x^2 - \frac{\sin 2x}{2} + C$
14.	$-\frac{\pi}{3}$
15.	0,2

Вариант 7

1.	8
2.	1
3.	$-\frac{24}{25}$
4.	$\frac{1}{2}$
5.	21
6.	8
7.	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
8.	$\vec{a}\{-1; -2; 3\}, \vec{b}\{4; -6; 2\}, \vec{c}\{3; 6; -9\}$
9.	1
10.	$\frac{x^3}{3} + \cos x + C$
11.	6
12.	$0, \frac{2}{3}$
13.	$2x^4 - \frac{\cos 2x}{2} + C$
14.	$-\frac{\pi}{6}$
15.	0,25

Вариант 8

1.	5
2.	1
3.	$-\frac{24}{25}$
4.	1
5.	-124
6.	0
7.	$(-1)^k * \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
8.	$\vec{m}\{6;0;-6\}, \vec{n}\{-1;1;-2\}, \vec{k}\{0;-2;6\}$
9.	-3
10.	$2x^3 - 2x^2 + C$
11.	12
12.	$0, \pm \sqrt{\frac{27}{5}}$
13.	$X^2 + \frac{\sin 2x}{2} + C$
14.	$-\frac{2\pi}{3}$
15.	0,1

Информационные материалы

тепени. Свойства степеней и корней

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$a^{\frac{n}{m}} = (\sqrt[m]{a})^n$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Логарифмы, свойства логарифмов

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

$$p \cdot \log_a b = \log_a b^p$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^n} b^n = \frac{n}{n} \cdot \log_a b$$

Квадратные уравнения:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$D < 0$, то нет корней;

$D = 0$, то один корень $x = \frac{-b}{2a}$

$D > 0$, то 2 корня $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Тригонометрия

Основные тригонометрические тождества:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Формулы сложения:

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} (\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg} (\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg} (\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} (\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}$$

Формулы двойного угла:

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

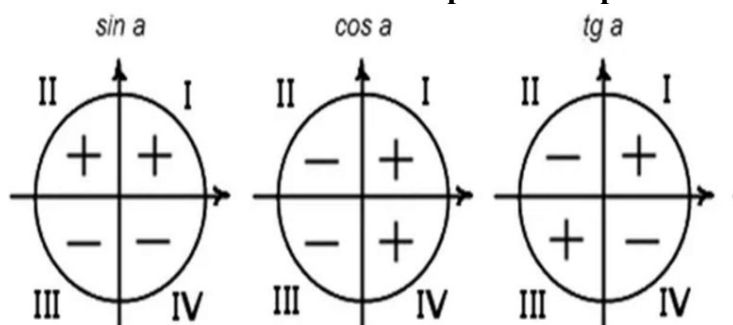
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2\operatorname{ctg} \alpha}$$

Таблица значений тригонометрических функций

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0

$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-
-----------------------------	---	------------	---	----------------------	---	---	---	---

Знаки тригонометрических функций



Формулы приведения.

β	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$
$\sin \beta$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$
$\cos \beta$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

β	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
$\sin \beta$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
$\cos \beta$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \beta$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \beta$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

Простейшие тригонометрические уравнения:

1) $\sin x = a, -1 \leq a \leq 1$
 $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Частные случаи:

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

2) $\cos x = a, -1 \leq a \leq 1$
 $x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Частные случаи:

$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

3) $\operatorname{tg} x = a$
 $x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$$

Таблица производных

Функция	Производная
$y=C, C=Const$	0
$y=Cx$	$y'=C$
$y=x$	$y'=1$
$y=\sqrt{x}$	$y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$y=x^n$	$y'=nx^{n-1}$
$y=e^x$	$y'=e^x$
$y=e^{nx}$	$y'=ne^{nx}$
$y=a^x$	$y'=a^x \ln a$
$y=\ln x$	$y'=\frac{1}{x}$
$y=\log_a x$	$y'=\frac{1}{x \cdot \ln a}$
$y=\sin x$	$y'=\cos x$
$y=\cos x$	$y'=-\sin x$
$y=\operatorname{tg} x$	$y'=\frac{1}{\cos^2 x}$
$y=\operatorname{ctg} x$	$y'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила нахождения производных

$$(u+v)'=u'+v'$$

$$(uv)'=u'v+uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

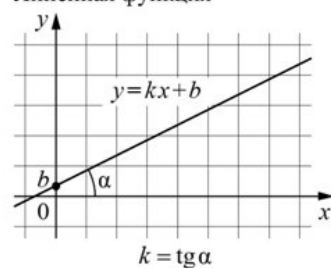
$$(f(g(x)))' = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

Уравнение касательной к графику функции

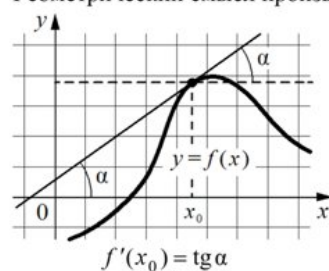
$$y=f'(x_0) \cdot (x-x_0) + f(x_0)$$

Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной



Площадь криволинейной трапеции.

$$S = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx$$

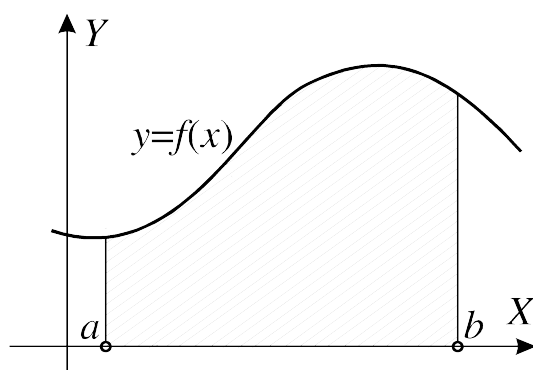


Рис. 2

Первообразная

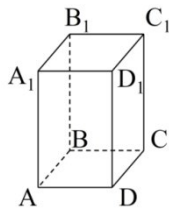
Таблица первообразных

Функция $f(x)$	Первообразная $F(x)$
k	$kx + c$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + c$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + c$
e^x	$e^x + c$

a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + c$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + c$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + c$

Площадь и объём многогранников и тел вращения

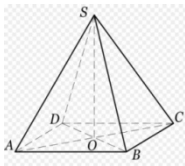
Призма



$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{осн}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

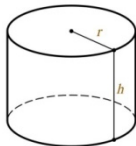
Пирамида



$$S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + S_{\text{ос}} S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$$

Цилиндр

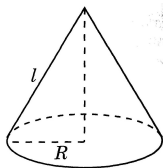


$$S_{\text{бок.}} = 2\pi R H$$

$$S_{\text{полн.}} = 2\pi R (R + H)$$

$$V = \pi R^2 H$$

Конус

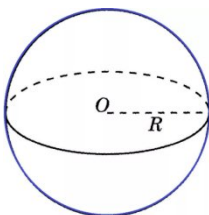


$$S_{\text{бок.}} = \pi R L$$

$$S_{\text{полн.}} = \pi R (R + L)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

Шар



$$S_{\text{пол}} = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

